

Problemas con historia. Ideas para sesiones de Veteranos

Ana Martín, Rafael Ramírez y Miguel L. Rodríguez

Estalmat Andalucía
Medina del Campo, 3-5 marzo, 2023

XX Seminario Nacional Estalmat



Indice

Resolviendo ecuaciones

- ▶ Origen: Babilonia, China
- ▶ Autor: Desconocido

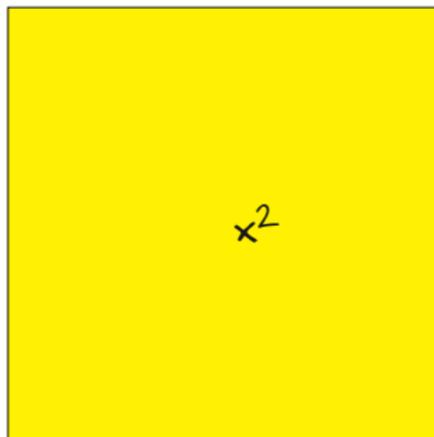
? Enunciado

| Resolver la ecuación $x^2 + 4x = 60$.

- ▶ Conexiones: demostraciones sin palabras, álgebra y geometría....

¿Cómo?

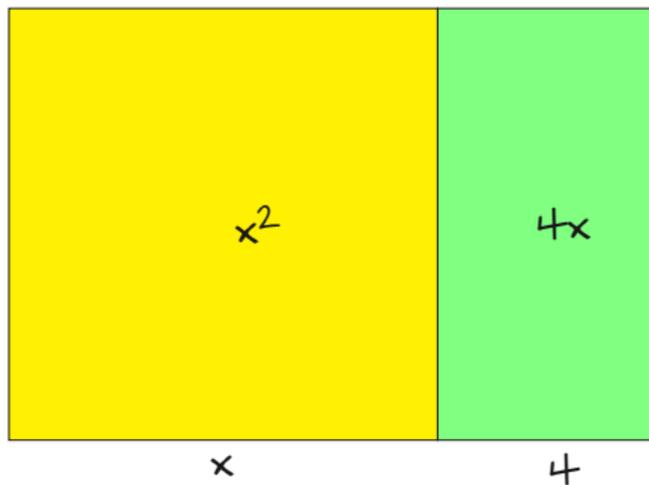
$$x^2 + 4x = 60$$



x

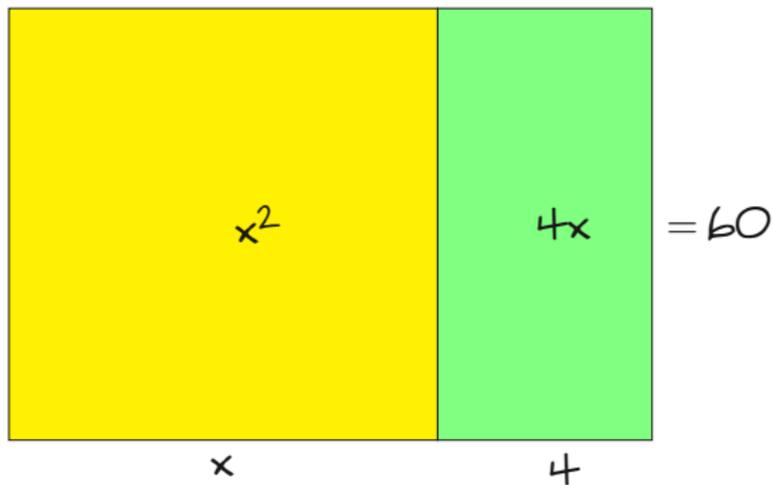
¿Cómo?

$$x^2 + 4x = 60$$



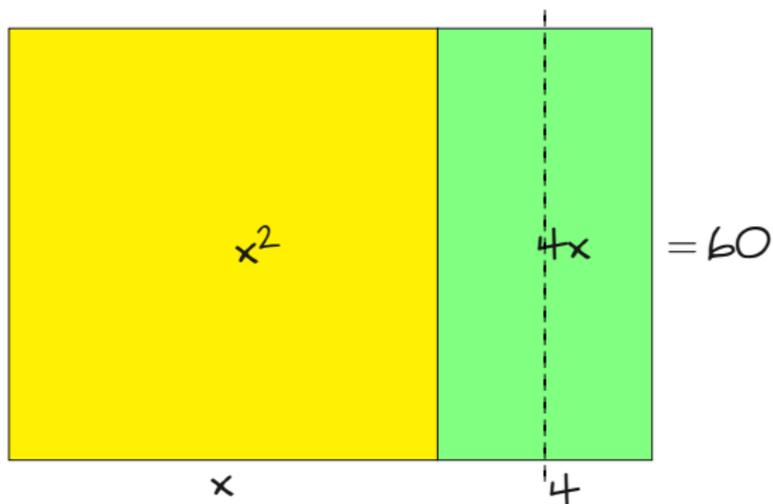
¿Cómo?

$$x^2 + 4x = 60$$



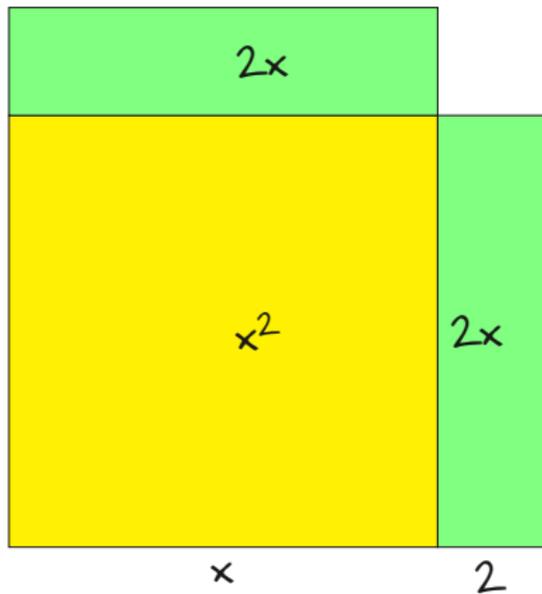
¿Cómo?

$$x^2 + 4x = 60$$



¿Cómo?

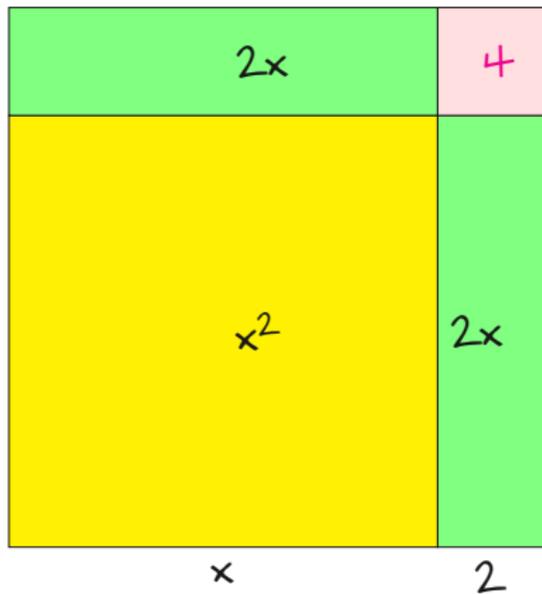
$$x^2 + 4x = 60$$



$$= 60$$

¿Cómo?

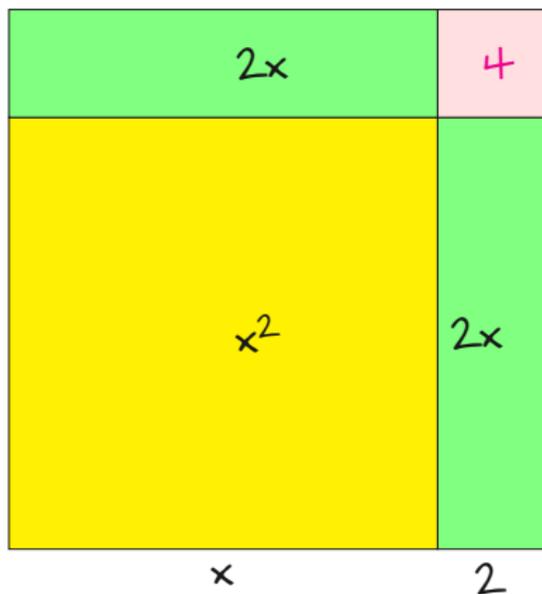
$$x^2 + 4x = 60$$



$$= 60 + 4$$

¿Cómo?

$$x^2 + 4x = 60$$

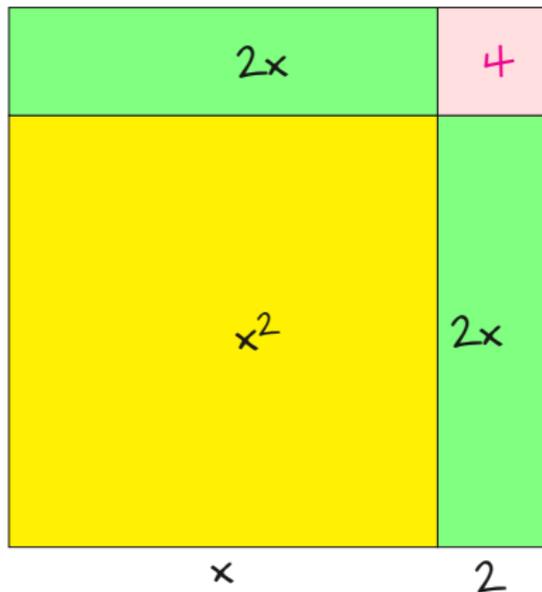


$$= 60 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 64$$

¿Cómo?

$$x^2 + 4x = 60$$



$$= 60 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 64$$

$$x = 6.$$

Problema de la casa

- ▶ Historia: Se publicó por primera vez en diciembre 1914 en la revista of Britain Strand magazine.
- ▶ Autor: H. Dudeney.

? Enunciado

Una calle muuuuuuy larga tiene las casas numeradas de forma consecutiva (en un único lado de la misma).

Una casa tiene un número tal que la suma de todos los números anteriores a ella es la igual que la de los posteriores.

Hallar el número de la casa.

- ▶ Conexiones: fracciones continuas, irracionales, ecuaciones, aproximaciones de primer y segundo orden....

Definición

La fracción continua de un número real $\alpha > 0$ es una expresión del tipo

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{\dots}}}$$

donde a_0 es un entero no negativo y a_i son enteros positivos. Se suele denotar por

$$[a_0; a_1, \dots, a_n, \dots].$$

El primero en utilizar este nombre fue John Wallis in 1653 en su libro *Arithmetica infinitorum*.

Para cualquier número real nos podemos plantear las siguientes cuestiones:

? Preguntas

- ▶ ¿Su fracción continua es única o puede tener asociada más de una?
- ▶ ¿Son siempre finitas?
- ▶ ...

Orchard's problem

- ▶ Historia: Se publicó en 1918.
- ▶ Autor: G. Pólya.

? Enunciado

Estamos en el centro de una huerta circular de radio R y hay árboles plantados en todos los nodos enteros de la cuadrícula excepto en el centro. Qué grosor mínimo han de tener los troncos de los árboles dispuestos en un círculo si deben bloquear la vista desde el centro en cualquier dirección.

- ▶ Problema bien definido (tronco circular, centro de tronco en puntos de coordenadas enteras, etc).
- ▶ Conexiones: Geometría, irracionales, variantes del problema...

Problema de los oficiales

- ▶ Historia: Propuesto en esta forma a Euler c. 1780
- ▶ Autor: Versión previa propuesta por Ozanam c. 1725

? Enunciado

¿es posible disponer a treinta y seis oficiales de seis regimientos distintos y de seis grados diferentes, en un cuadrado de 6×6 de forma que no coincidan dos oficiales del mismo rango o del mismo regimiento en ninguna fila y en ninguna columna?

- ▶ Conexiones: cuadrados mágicos, latinos, latinos diagonales, greco-latinos, sudokus, etc.

Caso $n = 2$

IL	2C
??	??

Caso $n = 3$ y $n = 4$

1L	2C	3M
2C	3M	1L
3M	1L	2C

Caso $n = 5$

1L	2C	3M	4B	5G
2C	3M	4B	5G	1L
3M	4B	5G	1L	2C
4B	5G	1L	2C	3M
5G	1L	2C	3M	4B

Problema de los aros chinos

- ▶ Historia: Milenaria...
- ▶ Autor: Desconocido,

? Enunciado

| Resolver el puzle de los anillos chinos

- ▶ Conexiones: Números de Gray

Números de Gray

El código de Gray (F. Gray, 1953) es un sistema de numeración Binario donde solo cambia un Bit del representación de un entero i a la representación de $i + 1$.

i	$B(i, 4)$	$G(i, 4)$	i	$B(i, 4)$	$G(i, 4)$
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

Table: Números de 0 a 15 en Binario y en código Gray

Problema de los nuggets de pollo

- ▶ Historia: otros nombres como el problema de la moneda o el problema de Frobenius
- ▶ Autor: F. Frobenius.

? Enunciado

Al principio McDonald vendía sus nuggets en Bolsas de 9 y 20. Combinando diferentes Bolsas se pueden conseguir algunos números pero otros no.

¿Existe un número máximo de nuggets que no pueda comprar?

- ▶ Conexiones: divisiones, álgebra modular, variantes, problema de las 

El problema del asesino

- ▶ Historia: Tributo
- ▶ Autor: M. Mirzakhani en 2014

? Enunciado

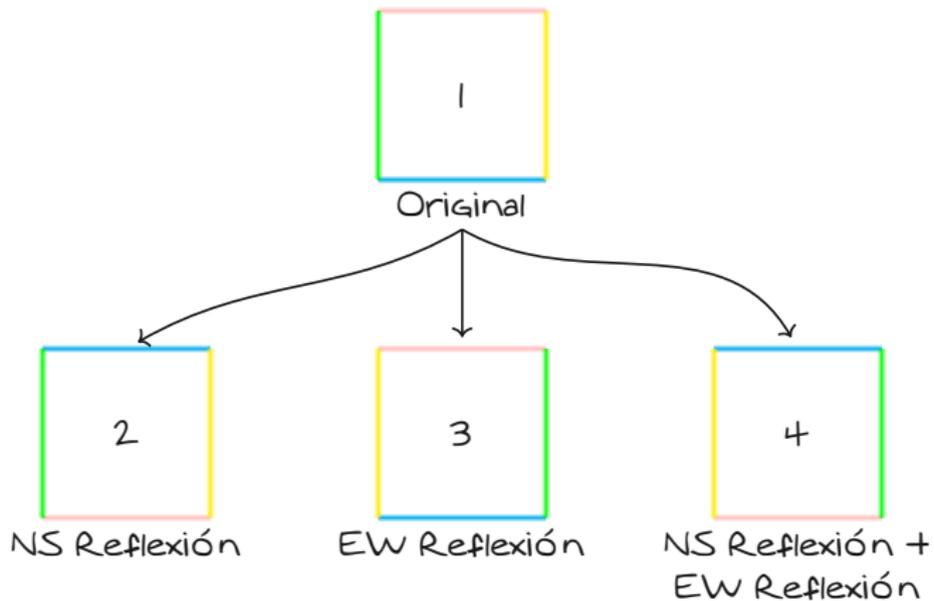
En el interior de un recinto cuadrado tenemos un asesino, A, que va a disparar a un objetivo T. Ambos están situados en dos puntos fijos pero arbitrarios.

Se supone los disparos en el cuadrado se comportan como las bolas en una mesa de billar, de tal forma que el disparo irá rebotando indefinidamente con ángulo de incidencia igual al de reflexión.

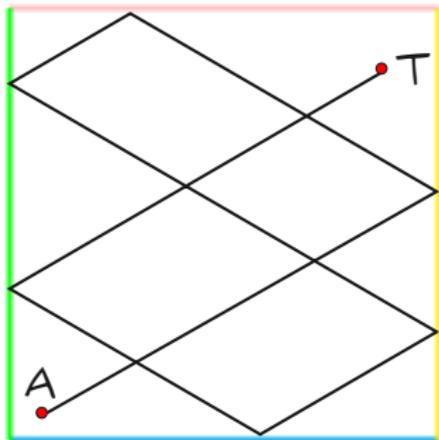
¿Es posible bloquear el tiro desde A to T poniendo un número de puntos (escudos) en el cuadrado?

- ▶ Conexiones: Geometría del toro.

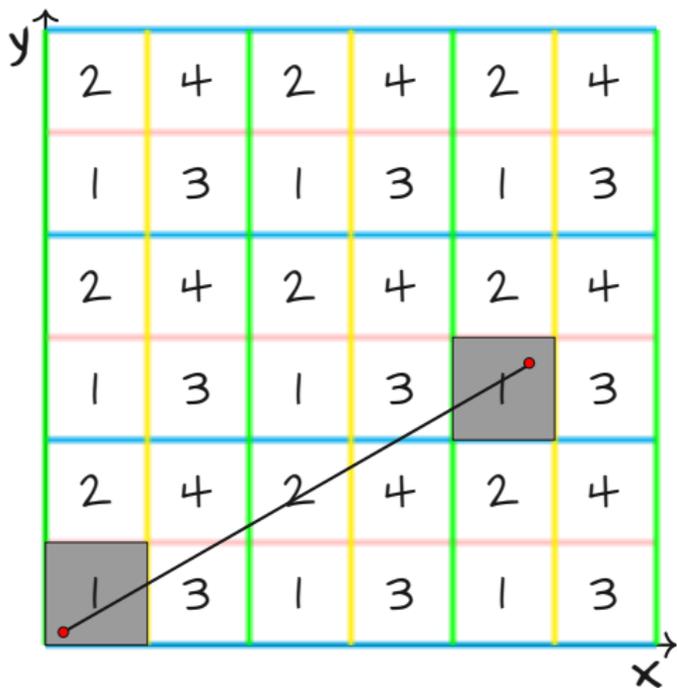
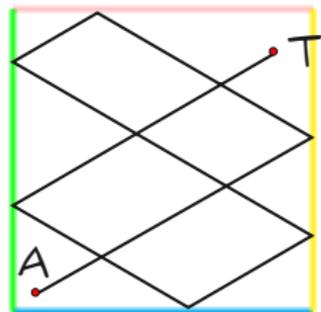
Motivación



Motivación

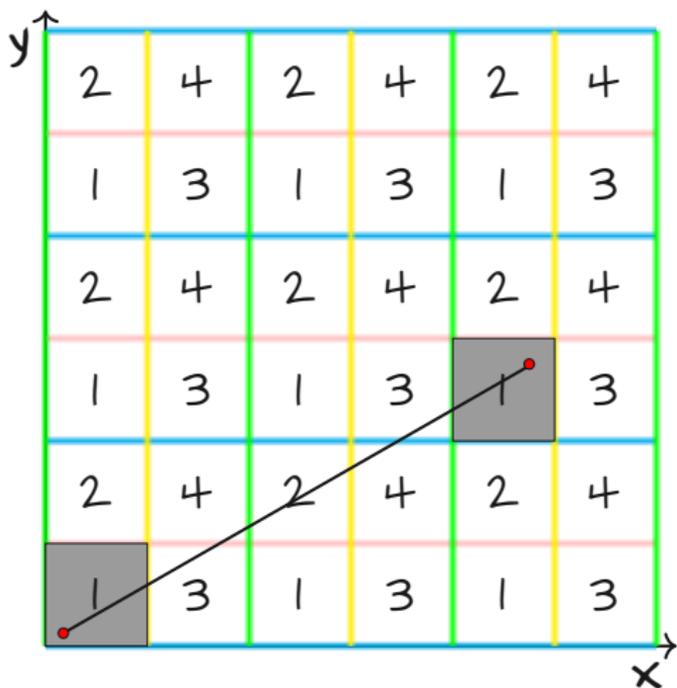
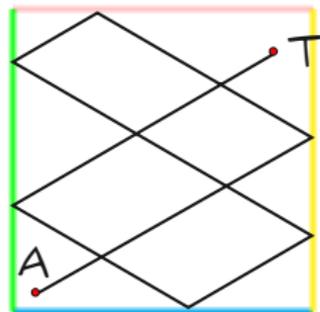


La conversión



Un disparo rebotará en las Bandas amarilla, rosa, verde, amarilla, azul y verde,

La conversión



Un disparo rebotará en las Bandas **amarilla**, **rosa**, **verde**, **amarilla**, **azul** y **verde**, ¡las mismas que en la figura de la derecha! 

El problema de Flavio Josefo



Imagen: Busto romano del siglo I. Podría ser Flavio Josefo (c. 37.- c. 100)

El problema

- ▶ Historia: Primera guerra judeo romana
- ▶ Autor: Flavio Josefo??

? Enunciado

40 soldados judíos junto con Josefo son asediados por los romanos en Yodfat. Deciden morir antes que entregarse y se colocan en círculo de forma que, por turnos, y comenzando por una posición fijada de ellos acabará con la vida del soldado que esté inmediatamente a su izquierda, el siguiente soldado vivo hará lo mismo con el de su izquierda y así sucesivamente hasta que quede solo uno, que cometerá suicidio.

¿Cuál es la posición "salvadora"?

- ▶ Conexiones: aritmética modular, Geogebra, Binario, generalizaciones etc.

El problema

- ▶ Historia: Relativamente reciente
- ▶ Autor: Nrich.org...

? Enunciado

Dados 27 cubos de lado unidad, 3 de cada color hasta un total de 9 colores diferentes, se pide construir un cubo de lado 3 de forma que en cada cara del cubo no aparezcan 2 cuadrados del mismo color.

- ▶ Conexiones: simetrías, visión espacial, etc.

Muchos más que habéis propuesto aquí durante los seminarios:

- ▶ Conjetura de Collatz,
- ▶ Problema de los mástiles de Euler,
- ▶ Galería de arte,
- ▶ Problema de Futurama,
- ▶ Números de Kaprekar, de Heesch,
- ▶ Casi todos aprendidos en estos seminarios... así que....


$$= G + \frac{1}{r + \frac{1}{a + \frac{1}{c + \frac{1}{i + \frac{1}{a + \frac{1}{s + \dots}}}}}}$$